**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐẠO HÀM**

**KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM**

**A. LÝ THUYẾT**

**1. Định nghĩa đạo hàm tại một điểm.**

Cho hàm số  xác định trên  và . Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)  thì giới hạn đó được gọi là đạo hàm của hàm số  tại điểm .

Kí hiệu:  hoặc . Vậy .

**STUDY TIP**

Nếu  và  thì .

*  gọi là số gia của đối số tại điểm .
* gọi là số gia của hàm số tương ứng.

**2. Đạo hàm bên trái, bên phải.**

**a) Đạo hàm bên trái.**

 trong đó  được hiểu là  và .

**b) Đạo hàm bên phải.**

 trong đó  được hiểu là  và .

*Nhận xét:* Hàm số  có đạo hàm tại điểm   và  tồn tại và bằng nhau. Khi đó .

**3. Đạo hàm trên khoảng, trên đoạn.**

a) Hàm số  được gọi là có đạo hàm trên khoảng  nếu có đạo hàm tại mọi điểm trên khoảng đó.

b) Hàm số  được gọi là có đạo hàm trên đoạn  nếu có đạo hàm trên khoảng  và có đạo hàm phải tại  và đạo hàm trái tại .

**4. Quan hệ giữa sự tồn tại của đạo hàm và tính liện tục của hàm số.**

- Nếu hàm số  có đạo hàm tại điểm  thì nó liên tục tại điểm đó.

**STUDY TIP**

* Hàm số liên tục tại điểm  có thể không có đạo hàm tại điểm đó.
* Hàm số không liên tục tại  thì không có đạo hàm tại điểm đó.

**B. CÁC DẠNG TOÁN TÍNH ĐẠO HÀM BẰNG ĐỊNH NGHĨA**

***Phương pháp:***

1. Tính đạo hàm của hàm số  tại điểm  bằng định nghĩa.

***Cách 1:***

* Tính  (1).
* Nếu tồn tại giới hạn (1) thì hàm số có đạo hàm tại  và ngược lại thì hàm số không có đạo hàm tại .

***Cách 2: Tính theo số gia.***

* Cho  một số gia : .
* Lập tỉ số .
* Tính giới hạn .

2. Mối quan hệ giữa tính liên tục vào đạo hàm.

* Hàm số  liên tục tại điểm .
* Hàm số  có đạo hàm tại điểm   liên tục tại điểm .
* Hàm số  liên tục tại điểm chưa chắc có đạo hàm tại điểm .

1. Cho hàm số . Tính đạo hàm của hàm số tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

**Cách 1:** Xét 

.

**Cách 2:**

**.**

**.**

**.**

**STUDY TIP**

Nhân lượng liên hợp:  và .

*Giải theo cách 1 tỏ ra đơn giản và nhanh hơn cách 2.*

1. Khi tính đạo hàm của hàm số  tại điểm , một học sinh đã tính theo các bước sau:

Bước 1: .

Bước 2: .

Bước 3: . Vậy .

Tính toán trên nếu sai thì sai ở bước nào.

**A.** Bước 1. **B.** Bước 2. **C.** Bước 3 . **D.** Tính toán đúng.

**Lời giải**

Học sinh tính đạo hàm bằng định nghĩa theo cách 1 các bước đều đúng.

**STUDY TIP**

Phương trình bậc hai  có hai nghiệm  .

1. Số gia của hàm số  ứng với số gia  của đối số  tại  là:

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án D.**

Với số gia  của đối số  tại điểm , ta có: .

1. Cho hàm số , đạo hàm của hàm số ứng với số gia  của đối số  tại  là:

**A.** . **B.** .

**C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án B.**

Ta có: 

.

1. Cho hàm số  có đao hàm tại điểm  là . Khẳng định nào sau đây là sai.

**A.** . **B.** .

**C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án D.**

* A đúng theo định nghĩa.
* B đúng vì  nên .
* C đúng. Đặt ,  khi .

.

* Vậy D sai.

1. Xét ba mệnh đề sau:

(1) Nếu hàm số  có đạo hàm tại điểm  thì  liên tục tại điểm đó.

(2) Nếu hàm số  liên tục tại điểm  thì  có đạo hàm tại điểm đó .

(3) Nếu hàm số  gián đoạn tại điểm  thì chắc chắn  không có đạo hàm tại điểm đó .

Trong ba mệnh trên:

**A.** (1) và (3) đúng. **B.** (2) đúng. **C.** (1) và (2) đúng . **D.** (2) và (3) đúng.

**Lời giải**

**Đáp án A.**

Mệnh đề (2) sai vì: Xét hàm số  có tập xác định  nên hàm số liên tục trên , nhưng ta có:  và  nên hàm số không có đạo hàm tại .

**STUDY TIP**

* Khi  nên .
* Khi  nên .

1. Cho hàm số . Tính đạo hàm của hàm số tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** Không tồn tại.

**Lời giải**

**Đáp án D.**

Hàm số liên tục tại .

Ta có  (1).

 (2).

Từ (1) và (2)  hàm số không có đạo hàm tại điểm .

**STUDY TIP**

Hàm số  có đạo hàm tại 

1. Cho hàm số . Khi đó  là kết quả nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

Ta có: .

1. Cho hàm số . Khi đó  là kết quả nào sau đây.

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.**  không tồn tại.

**Lời giải**

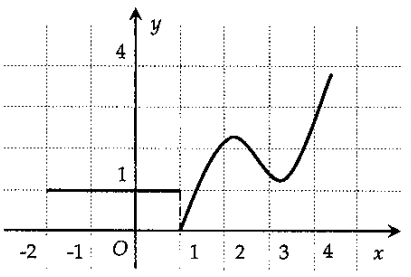
**Đáp án D.**

Ta có: .

 và .

Vì  nên hàm số  không tồn tại đạo hàm tại .

1. Cho đồ thị hàm số  như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai.



**A.** Hàm số có đạo hàm tại . **B.** Hàm số có đạo hàm tại .

**C.** Hàm số có đạo hàm tại  . **D.** Hàm số có đạo hàm tại .

**Lời giải**

**Đáp án B.**

Tại  đồ thị hàm số bị ngắt nên hàm số không liên tục. Vậy hàm số không có đạo hàm tại .

**STUDY TIP**

* Đồ thị của hàm số liên tục trên khoảng là một đường liền trên khoảng đó.
* Hàm số không liên tục tại điểm  thì không có đạo hàm tại .

1. Tìm  để hàm số  có đạo hàm tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án B.**

Để hàm số có đạo hàm tại  thì trước hết  phải liên tục tại .

. Khi đó .

Vậy .

**STUDY TIP**

Hàm số  liên tục tại .

1. Tìm  để hàm số có đạo hàm tại điểm .

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án D.**

Trước tiên hàm số phải liên tục tại 



Xét 



Hàm số có đạo hàm tại 

**STUDY TIP**

Hàm số  liên tục tại 

1. Tìm  để hàm số  có đạo hàm tại điểm 

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

***Lời giải***

Đáp án A

Ta có:



Để hàm số liên tục thì 



Để tồn tại 

**STUDY TIP**

Giới hạn lượng giác 

1. Cho hàm số . Tính .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

***Lời giải***

Đáp án B.



**STUDY TIP**

Hoán vị  phần tử:

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG**

1. Số gia của hàm số  ứng với và bằng bao nhiêu?

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Tỉ số  của hàm số theo và  là:

**A.**. **B.**.

**C.**. **D.**.

1. Số gia của hàm số  ứng với  và  là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.** .

1. Cho hàm số xác định:  .Giá trị bằng:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.** Không tồn tại.

1. Cho hàm sốxác định trên bởi  .Giá trị bằng:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.** Không tồn tại.

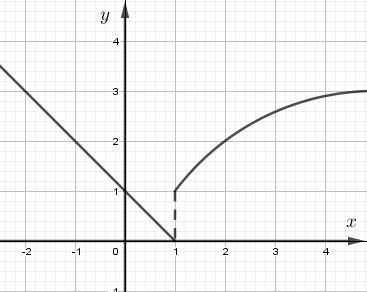
1. Xét hai mệnh đề:

  có đạo hàm tại thìliên tục tại.

 có liên tục tại thìđạo hàm tại.

Mệnh đề nào đúng?

1. Chỉ. **B.** Chỉ. **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.
2. Cho đồ thị hàm số như hình vẽ:



Hàm số không có đạo hàm tại các điểm nào sau đây?

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Cho hàm số .Giá trị  bằng:

**A.** . **B.**. **C.**. **D.**.

1. Cho hàm số  .Giá trị  bằng:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.** Không tồn tại.

1. Cho hàm số xác định trên  bởi  Xét hai mệnh đề sau:

  .

 Hàm số không có đạo hàm tại.

Mệnh đề nào đúng?

**A.** Chỉ. **B.** Chỉ. **C.** Cả hai đều đúng. **D.** Cả hai đều sai.

1. Xét hai câu sau:

 Hàm số liên tục tại .

 Hàm số có đạo hàm tại .

Trong 2 câu trên:

**A.**đúng. **B.**đúng. **C.**Cả,đều đúng. **D.** Cả,đều sai.

1. Cho hàm số  .Giá trị của bằng:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**Không tồn tại.

1. Với hàm số  .Để tìm đạo hàm một học sinh lập luận qua các bước như sau:

1. .

2.Khi thì nên.

3.Do  nên hàm số liên tục tại.

4.Từ liên tục tại có đạo hàm tại.

Lập luận trên nếu sai thì bắt đầu từ bước:

**A.**Bước 1. **B.**Bước 2. **C.**Bước 3. **D.**Bước 4.

1. Cho hàm số  .

 Hàm số liên tục tại điểm  .

 Hàm số không có đạo hàm tại điểm  .

Trong các mệnh đề trên:

**A.**Chỉđúng. **B.** Chỉđúng. **C.**Cả đều đúng. **D.** Cả đều sai.

1. Cho hàm số   .Tìm để hàm số có đạo hàm tại

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Cho hàm số .Giá trị của bằng:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Xét hàm số có tập xác định là đoạn  đồng thời nếu  thì với 3 điều kiện:

I. là hàm số liên tục trái và liên tục phải của .

II..

III. có đạo hàm tại.

Trong ba điều kiện trên, điều kiện cần và đủ để  liên tục tại  là:

1. Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** Chỉ I và II. **D.** Chỉ II và III.
2. Xét ba hàm số:

I.

II.

III.

Hàm số không có đạo hàm tạilà:

**A.** Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** Chỉ I và II. **D.** Chỉ I và III.

**D. HƯỚNG DẪN GIẢI**

1. **Đáp án C.**



Với 

1. **Đáp án C.**

****

(Với )

1. **Đáp án A.**

****

1. **Đáp án A.**

Xét 

Vậy 

1. **Đáp án D.**

Xét 

1. **Đáp án A.**

(II) Sai : ví dụ:thì  liên tục tại *x* = 0 nhưng không có đạo hàm tại *x* = 0

1. Đúng theo đáp án đã trình bày
2. **Đáp án B.**

Tại *x* = 1, đồ thị hàm số bị gián đoạn nên hàm số không liên tục tại đó

hàm số không có đạo hàm

1. **Đáp án C.**



1. **Đáp án D.**



Vậy không tồn tại 

1. **Đáp án B.**

****

Vậy (I) sai, (II) đúng

1. **Đáp án B.**

Ta có: ****Hàm số liên tục tại 

****

Vậy hàm số không có đạo hàm tại 

1. **Đáp án B.**

Ta có: 

1. **Đáp án D.**

Một hàm số liên tục tại x0 chưa chắc có đạo hàm tại điểm đó, hơn nữa 

không có giới hạn khi 

1. **Đáp án C.**

Ta có: 



Vậy hàm số liên tục tại 

Xét 

Lấy dãy (xn):có:



Lấy dãy , tương tự ta cũng có:

 không tồn tại

1. **Đáp án C.**

Ta có:





Ta có hệ:

1. **Đáp án A.**





Suy ra hàm số liên tục tại 



Vậy: 

1. **Đáp án C.**

* *f(x)* liên tục tại *x*0 tức là  thì  nên (I) và (II) đúng.
* *f*(*x*) có đạo hàm tại *x*0 là điều điện đủ để *f*(*x*) liên tục tại *x*0. *f*(*x*) liên tục tại *x*0 nhưng có thể *f*(*x*) không có đạo hàm tại điểm đó.

1. **Đáp án B.**

Ta có: . Vậy  không có đạo hàm tại .

**CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM**

**A. LÝ THUYẾT**

**1. Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương**

Cho các hàm số có đạo hàm tại điểm *x* thuộc khoảng xác định. Ta có:

1.  2. 

3.  4. 

**STUDY TIP**

Mở rộng: 1.

2.

**2. Đạo hàm của hàm số hợp**

Cho hàm số  với . Khi đó: 

**3. Bảng công thức đạo hàm của các hàm số sơ cấp cơ bản**

|  |  |
| --- | --- |
| **Đạo hàm các hàm số sơ cấp cơ bản** | **Đạo hàm các hàm hợp** |
| , *c* là hằng số |  |

**STUDY TIP**

Với các hàm số đã cho trong bảng được xác định với điều kiện đầy đủ.

**B. Các dạng toán về quy tắc tính đạo hàm**

**Đạo hàm của hàm đa thức - hữu tỉ - căn thức và hàm hợp**

*Phương pháp:*

- Sử dụng các quy tắc, công thức tính đạo hàm trong phần lý thuyết.

- Nhận biết và tính đạo hàm của hàm số hợp, hàm số có nhiều biểu thức.

- Sử dụng đạo hàm để giải phương trình, bất phương trình, chứng minh đẳng thức, bất đẳng thức..

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức nào dưới đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải***

**Đáp án C.**

***Lời giải***



1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng  Khi đó  nhận giá trị nào sau đây:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án C.**



**STUDY TIP**

 với và 

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng  Khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án A.**

***Cách 1***: 

***Cách 2***: 

**STUDY TIP**

Với  ta có 

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng  Khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án D.**

***Cách 1***: 

***Cách 2***: Áp dụng 



**STUDY TIP**



1. Đạo hàm của hàm số  (với *a* là hằng số) tại mọi  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án D.**  

**STUDY TIP**

Với *c* là hằng số thì 



1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án C.**  

1. Đạo hàm của hàm số  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án C.**  

**STUDY TIP**

Với : 

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án D.**  

**STUDY TIP**

Với 

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án A.**

***Cách 1***: 

***Cách 2***: Nhân vào rút gọn ta được  nên 

**STUDY TIP**



1. Đạo hàm của hàm số  ( là hằng số) là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án D.**



1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó  nhận giá trị nào sau đây:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án B.**



**STUDY TIP**



1. Đạo hàm của hàm số  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án D.**

Với 

Với 

Với  ta có  nên không có đạo hàm tại 

Vậy 

**STUDY TIP**

Loại bài toán kết hợp giữa tính đạo hàm bằng công thức và tính đạo hàm bằng định nghĩa tại 1 điểm 

1. Tính đạo hàm của hàm số  .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án B.**

Với 

Với 

Với  ta có 

 Hàm số liên tục tại 

Xét 

Vậy 

**STUDY TIP**

* Trên các khoảng xác định ta tính đạo hàm bằng quy tắc.
* Tại điểm  ta xét đạo hàm bằng định nghĩa.

1. Cho hàm số . Giá trị  là:

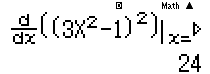
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án D.**

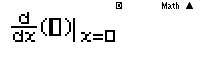
***Cách 1***: 

***Cách 2***: Sử dụng MTCT

Nhập vào màn hình: 

*Nhận xét*: Bằng cách 2 ta có thể tính nhanh chóng đạo hàm tại một điểm xác định .

**STUDY TIP**

Dùng MTCT: 

Tính đạo hàm của hàm số tại một điểm chỉ ra .

1. Cho hàm số . Đạo hàm của hàm số tại là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Không tồn tại.

***Lời giải***

**Đáp án D.**

Ta có:  Không tồn tại  vì  xác định với .

**STUDY TIP**

Với bài toán này nếu sử dụng MTCT thì kết quả là màn hình hiển thị thông báo “Math ERROR” và không tính được.

1. Cho hàm số . Tập các giá trị của  để  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án A.**



**STUDY TIP**

Nhận biết được loại bài toán kết hợp việc tính đạo hàm và giải bất phương trình.

1. Cho hàm số . Tập các giá trị của  để  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án A.**



Vậy 

**STUDY TIP**



1. Cho hàm số . Tập các giá trị của  để  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án D.**



**STUDY TIP**

- Nhận biết được loại bài toán kết hợp giữa việc tính đạo hàm và giải phương trình.

- Sau khi tính được đạo hàm ta có thể thử các đáp án vào phương trình để tìm ra kết quả.

1. Cho hàm số . Tập nghiệm của phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án C.**



(thỏa mãn)

1. Cho hàm số . Tập các giá trị của tham số  để  với là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án C.**



+ Với  thì (1) trở thành  nên đúng với .

+ Với  khi đó (1) đúng với 

Vậy 

**STUDY TIP**

Cho 

1. Cho hàm số . Số  là nghiệm của bất phương trình  khi và chỉ khi:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

**Đáp án D.**



Số  là nghiệm của bất phương trình 

***DẠNG 2. ĐẠO HÀM CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC***

*Phương pháp chung:*

*- Vận dụng các công thức đạo hàm bốn hàm số* *,* *,* *,*  *và hàm hợp của nó.*

*- Vận dụng phối hợp các quy tắc đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương và hàm số hợp*

*- Vận dụng các phương trình lượng giác cơ bản, phương trình bậc nhất với* sin*x và* cos*x, phương trình tích số…để giải phương trình* 

Chú ý: Biến đổi lượng giác để thu gọn các hàm số, biểu thức lượng giác

**STUDY TIP**









1. Đạo hàm của hàm số  có biểu thức nào sau đây?

**A.**  . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Đáp án C**

***Lời giải***

Cách 1: Ta có 

Cách 2: 





Nhận xét: Nếu dùng cách 1 sử dụng công thức biến đổi từ tích sang tổng rút gọn rồi sau đó việc tính đạo hàm  sẽ đơn giản hơn.

**STUDY TIP**





1. Đạo hàm của hàm số  có biểu thức dạng . Vậy giá trị *a* là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án B**

***Lời giải***

 .



**STUDY TIP**

Áp dụng quy tắc:  và

1. Đạo hàm của hàm số  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án B**

***Lời giải***

Cách 1: 

Cách 2: Học sin có thể sử dụng MTCT tính đạo hàm của hàm số tại một điểm  ta được kết quả 

Với  thay vào từng đáp án ta được đáp án B

**STUDY TIP**

1. Đạo hàm của hàm số  là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Đáp án D**

***Lời giải***

Cách 1: , với  

Cách 2: Sử dụng MTCT

- Nhập biểu thức của hàm số  ở đơn vị radian

- Thay  vào từng đáp án ta được đáp án D

***Nhận xét***: Với bài toán này việc sử dụng MTCT trở nên phức tạp hơn nhiều với việc giải tự luận thuần túy

**STUDY TIP**

1. Đạo hàm của hàm số  là biểu thức nào sau đây?
2. . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án C**

***Lời giải***

Ta rút gọn hàm số đã cho 



**STUDY TIP**

Học sinh cần biến đổi hàm số đã cho về dạng đơn giản hơn thì việc tính toán đạo hàm sẽ nhanh hơn.

1. Đạo hàm của hàm số  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A**

***Lời giải***



1. Cho hàm số . Đạo hàm  là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Đáp án D**

***Lời giải***

Với 

Với 



**STUDY TIP**

Bạn đọc nhận biết loại bài toán tính đạo hàm của hàm số có nhiều biểu thức:

- Với  tính đạo hàm bằng công thức

- Với  tính đạo hàm bằng định nghĩa

1. Đạo hàm của hàm số  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Đáp án D**

***Lời giải***

Ta có:  với  

**STUDY TIP**

Vận dụng giữa các quy tắc tính đạo hàm và đạo hàm của hàm số hợp 

1. Cho hàm số , chọn kết quả sai?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A**

***Lời giải***

Cách 1: Ta có 

Cách 2: Sử dụng MTCT tính đạo hàm của hàm số tại một điểm

**STUDY TIP**

1. Cho hàm số  với  là hàm số liên tục trên . Trong 4 biểu thức dưới đây, biểu thức nào xác định  thỏa mãn ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A**

***Lời giải***

Ta có: 



**STUDY TIP**

Bài toán ngược xác định hàm số  khi biết được 

1. Cho hàm số . Khi đó  có giá trị bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án C**

***Lời giải***

Cách 1: 



.

Cách 2: Sử dụng MTCT tính đạo hàm tại điểm *x* bất kì ta được kết quả 

**STUDY TIP**

Ta có thể rút gọn biểu thức rồi tính đạo hàm sau

1. Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Đáp án A**

***Lời giải***

Ta có:

 .

.

Vậy 

**STUDY TIP**

Dùng biến đổi lượng giác thì ta được  do 2 hàm số khác nhau một hằng số nên cùng đạo hàm.

1. Cho hàm số . Phương trình  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng 
2. 1 nghiệm. **B.** 2 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 4 nghiệm.

**Đáp án C**

***Lời giải***





Vì. Vậy có 3 nghiệm thuộc khoảng 

**STUDY TIP**

Loại bài toán kết hợp giữa tính đạo hàm và giải phương trình lượng giác

1. Cho hàm số . Tìm giá trị của *m* để  có nghiệm?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A**

***Lời giải***



Phương trình 

Điều kiện phương trình có nghiệm là 



**STUDY TIP**

Phương trình bậc nhất với  và  có nghiệm 

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG**

**Dạng 1: Đạo hàm của hàm đa thức – hữu tỷ - căn thức và hàm hợp**

1. Đạo hàm của hàm số  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số (với *m* là tham số) bằng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó *a* nhận giá trị nào sau đây?

**A.**  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.**  . **B.**  . **C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số bằng biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.**  . **B.**  . **C.** 8. **D.** 5.

1. Đạo hàm của hàm số  biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.**  . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  biểu thức có dạng . Khi đó  bằng:

**A.**  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức nào sau đây?.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Giá trị  là:

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** Không tồn tại.

1. Cho hàm số  thì  có giá trị là:

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** Không tồn tại.

1. Cho  thì 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Hãy chọn đáp án sai:

**A.** . **B.** Hàm số có đạo hàm tại .

**C.** Hàm số liên tục tại . **D.** .

1. Cho hàm số . Tập các giá trị của  để  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

1. Cho hàm số . Tập nghiệm của bất phương trình  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  là biểu thức nào sau đây?

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

1. Cho . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Hàm số có đạo hàm  bằng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  bằng biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Đạo hàm  bằng biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Tập giá trị của  để   là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Tìm ,  để hàm số  có đạo hàm trên .

**A.** , . **B.** , . **C.** , . **D.** , .

1. Cho hàm số . Tìm  để  có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Đạo hàm  là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Dạng 2: Đạo hàm các hàm số lượng giác**

1. Hàm số  có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hàm số  có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Giá trị của  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hàm số  có . Hỏi  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Xét hai kết quả:

(I)  (II) .

Cách nào đúng?

**A.** Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả 2 đều đúng. **D.** Không có cách nào.

1. Đạo hàm của hàm số  là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Đạo hàm của hàm số  là biểu thức nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Đạo hàm . Giá trị của  là số nguyên thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đạo hàm với mọi  và thỏa mãn . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Biểu diễn nghiệm của phương trình lượng giác  trên đường tròn lượng giác ta được mấy điểm phân biệt?

**A.** 1 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 4 điểm. **D.** 6 điểm.

1. Cho hàm số . Hệ thức nào sau đây là đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tìm số nguyên dương  sao cho hàm số  có đạo hàm trên .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Tìm giá trị lớn nhất  và giá trị nhỏ nhất  của  trên .

**A.** , . **B.** , . **C.** , . **D.** , .

1. Cho hàm số . Phương trình  tương đương với phương trình nào sau đây?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Tập giá trị của hàm số  trên  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Biểu diễn nghiệm của phương trình lượng giác  trên đường tròn ta được mấy điểm phân biệt?

**A.** 1 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 4 điểm. **D.** 6 điểm.

1. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đạo hàm là ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn bằng ?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Hàm số nào sau đây có đạo hàm ?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Xét hàm số . Chọn câu sai:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  với  có  là biểu thức có dạng . Khi đó  nhận giá trị nào sau đây:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số . Hàm số có  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Hướng dẫn giải chi tiết**

**Dạng 1: Đạo hàm của hàm đa thức**

1. **Đáp án B.**

.

1. **Đáp án D.**

.

1. **Đáp án A.**







.

1. **Đáp án C.**







.

1. **Đáp án C.**
2. **Đáp án A.**

.

1. **Đáp án D.**

.

.

1. **Đáp án A.**





1. **Đáp án B.**

.

1. **Đáp án D.**

.

1. **Đáp án A.**

.

1. **Đáp án C.**

Nhân liên hợp ta có: .

1. **Đáp án A.**

.

.

1. **Đáp án A.**



.

1. **Đáp án C.**

**Cách 1:** Tính .

**Cách 2:** Dùng MTCT ta được kết quả.

1. **Đáp án D.**
2. **Đáp án C.**

Ta có: 

.

1. **Đáp án A.**

Ta có: ,   Hàm số liên tục tại .

Khi : .

: .

Với , ta xét: ; .

Vậy .

1. **Đáp án B.**

Điều kiện: .

; .

1. **Đáp án D.**

.

1. **Đáp án A.**

Ta có:  với .

.

1. **Đáp án A.**

Ta có: .

1. **Đáp án A.**

Ta có: .

1. **Đáp án D.**

Ta có: .

1. **Đáp án B.**

Ta có:  với .

.

1. **Đáp án D.**

Ta có: , , .

1. **Đáp án C.**

.

 (1)

Với  thì  (loại).

Với  đúng  vô nghiệm.

1. **Đáp án D.**

Với  hàm số luôn có đạo hàm.

Để hàm số có đạo hàm trên  thì hàm số phải có đạo hàm tại .

, .

Để hàm số liên tục tại .

Xét ; .

. Vậy , .

1. **Đáp án C.**

; .

Theo bài ra ta có: .

1. **Đáp án A.**

Lập bảng dấu ta được: .

- Với  hoặc .

- Với .

Ta có  nên hàm số liên tục tại .

Xét ,  nên hàm số không có đạo hàm tại .

Bằng cách tương tự ta cũng chỉ ra được hàm số không có đạo hàm tại .

Vậy .

**Dạng 2: Đạo hàm các hàm số lượng giác**

1. **Đáp án B.**

.

1. **Đáp án C.**

.

1. **Đáp án B.**

.

1. **Đáp án A.**

Ta có: .

1. **Đáp án A.**

 , , .

Vậy .

1. **Đáp án D.**

.

1. **Đáp án B.**

.

1. **Đáp án A.**

.

1. **Đáp án A.**

Ta có:  nên .

1. **Đáp án C**

.

1. **Đáp án B.**

Lấy đạo hàm  vế ta có: 

Thay .

1. **Đáp án B.**



.

Ta biểu diễn được  điểm phân biệt trên đường tròn lượng giác.

1. **Đáp án A.**

. Do đó: 

1. **Đáp án C.**

Ta có:

Với  thì giới hạn  không tồn tại và thì: .

Vậy hàm số có đạo hàm trên R khi .

1. **Đáp án D.**



Đặt .

Điều kiện phương trình có nghiệm là: .

Vậy .

1. **Đáp án C.**



Đặt 

Khi đó phương trình 

Với .

Nghiệm trên cũng là nghiệm của phương trình .

1. **Đáp án B.**



Vậy tập giá trị của hàm số  là .

1. **Đáp án B.**



.

Vậy có hai điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác.

1. **Đáp án D.**
2. **Đáp án C.**

.

1. **Đáp án C.**



1. **Đáp án C.**



Nên **B** đúng. Vì  nên **C** sai.

1. **Đáp án D.**

Ta có: 

Tương tự ta có biểu thức tiếp theo: 

1. **Đáp án C.**





***VI PHÂN. ĐẠO HÀM CẤP CAO***

**A. LÝ THUYẾT**

**1. Vi phân của hàm số**

**a) Định nghĩa**

Cho hàm số  xác định trên  và có đạo hàm tại . Ta gọi tích  (hoặc ) là vi phân của hàm số  tại  ứng với số gia .

Kí hiệu:  hoặc .

Vậy ta có:  hoặc .

**b) Ứng dụng của vi phân vào phép tính gần đúng**

Do 

Với  đủ nhỏ thì  .

**STUDY TIP**

Với  ta có: . Vậy .

**2. Đạo hàm cấp cao**

**a) Đạo hàm cấp hai**

Giả sử hàm số  có đạo hàm . Khi đó đạo hàm của hàm số  nếu có, được gọi là đạo hàm cấp hai của hàm số .

Kí hiệu:  hay . Viết: .

**b) Đạo hàm cấp .**

Cho hàm số  có đạo hàm cấp ). Kí hiệu . Nếu  có đạo hàm thì đạo hàm của nó được gọi là đạo hàm cấp  của .

Kí hiệu:  hoặc . Viết: .

**STUDY TIP**

Đạo hàm cấp 3 của hàm số  là  hoặc  hay .

**c) Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai**

Xét một vật chuyển động xác định bởi phương trình  với  là hàm số có đạo hàm.

Khi đó gia tốc tức thời  của chuyển động tại thời điểm  là đạo hàm cấp hai của hàm số  là .

**STUDY TIP**

Vận tốc tức thời tại thời điểm  là .

**B. CÁC DẠNG TOÁN VỀ VI PHÂN VÀ ĐẠO HÀM CẤP CAO.**

**Dạng 1. Vi phân hàm số.**

***Phương pháp:***

* Tính vi phân của hàm số  tại  cho trước: .
* Tính vi phân của hàm số : .
* Dùng vi phân tính gần đúng.

1. Vi phân của hàm số  tại điểm  ứng với  là:

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án C.**

Ta có: .

1. Vi phân của hàm số  tại điểm  ứng với  là:

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án D.**

.

**STUDY TIP**

Việc tính vi phân của hàm số tại một điểm  chính là tích của đạo hàm tại một điểm  và số gia  tương ứng.

1. Cho hàm số . Biểu thức  là số nào?

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án D.**

.

1. Vi phân của hàm số  là:

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

.

**STUDY TIP**

Việc tính vi phân của hàm số  chính là tích của đạo hàm với  tương ứng.

1. Vi phân của hàm số  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án B.**

Ta có: 

1. Cho hàm số . Chọn kết quả đúng:

**A.** . **B.** .

**C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án B.**

Ta có: 

**STUDY TIP**

Có thể sử dụng MTCT để tìm đạo hàm của hàm số sau đó ta cũng được kết quả của tính vi phân.

1. Cho hàm số . Khẳng định nào sau đây là sai:

**A.** . **B.** .

**C.**  . **D.** Hàm số không có vi phân tại .

**Lời giải**

**Đáp án D.**

Ta có:  và .

**STUDY TIP**

Với hàm số có nhiều biểu thức việc tính đạo hàm của hàm ta dùng định nghĩa.

1. Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây đúng:

**A.** . **B.** .

**C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

Ta có:  mà

.

1. Dùng vi phân tính gần đúng  có giá trị là:

**A.** . **B.** . **C.**  . **D.** .

**Lời giải**

**Đáp án A.**

Xét  thì . Cho .

Theo công thức gần đúng 



**STUDY TIP**

Sử dụng vi phân để tính gần đúng ta xét hàm số  và chọn  sao cho phù hợp.

1. Dùng vi phân tính gần đúng  có giá trị là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A.**

***Lời giải***

Xét  với  .

Có .

Chọn , .

***DẠNG 2. Tính đạo hàm cấp cao và ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai.***

***Phương pháp:***

* Tính đạo hàm cấp cao: Áp dụng trực tiếp định nghĩa:

, ,…, .

* Tính đạo hàm cấp n: Trước tiên ta tính đạo hàm cấp 1, cấp 2, … sau đó dự đoán công thức tổng quát của .
* Chứng minh đẳng thức có chứa đạo hàm: Tính đến đạo hàm cấp cao nhất có trong đẳng thức rồi thay thế vào vị trí tương ứng và biến đổi cho ta được kết quả.
* Ý nghĩa của đạo hàm cấp hai: Gia tốc tức thời  tại thời điểm  là đạo hàm cấp 2 của hàm số .

1. Tính , biết .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Đáp án A**

***Lời giải***



**STUDY TIP**

Sau khi tính được đạo hàm bậc nhất  ta có thể sử dụng MTCT với chức năng:  để kiểm tra và tính được kết quả.

1. Cho . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án B.**

***Lời giải***

Ta có: , , .



**STUDY TIP**

; 



Cách khác sử dụng chức năng  nhập biểu thức đạo hàm của  tại điểm  rồi so sánh kết quả ta được đáp án B

1. Cho hàm số .Tính 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án B**

**Lời giải:**



**STUDY TIP**

Tổng quát: 

1. Đạo hàm cấp  của hàm số , là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án D**

**Lời giải**



Dự đoán công thức 

***Nhận xét:*** Việc dự đoán công thức ta đã được ngay kết quả của bài toán. Tuy nhiên để hiểu rõ và chính xác hơn ta có thể chứng minh công thức tổng quát bằng phương phức quy nạp toán học ( bạn đọc tự làm)

**STUDY TIP**

Phương pháp quy nạp: ta cần chứng minh mệnh đề 

+ Kiểm tra với 

+ Giả sử mệnh đề đúng với  ta chứng minh mệnh đề cũng đúng với  .

1. Đạo hàm cấp ba của hàm số  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A**

**Lời giải :**

Ta phân tích  

.

***Nhận xét:*** Với hàm phân thức bậc của tử cao hơn hoặc bằng bậc của mẫu thì ta chia tách phân số và đưa về các phân số dạng 

1. Đạo hàm cấp 4 của hàm số  là :

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Đáp án A**

**Lời giải :**

. Mà 



***Nhận xét:*** Với các hàm phân thức có bậc của tử nhỏ hơn bậc của mẫu thì ta cố gắng đưa mẫu số về dạng tích và phân tích phân số thành tổng, hiệu các phân số dạng 

**STUDY TIP**



Các hằng số  tìm được bằng cách quy đồng và đồng nhất hệ số 2 vế

1. Đạo hàm cấp 3 của hàm số là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án D**

**Lời giải:**

Ta có: 





**STUDY TIP**

Tổng quát:

 ;  (với  )





1. Đạo hàm cấp 4 của hàm số  là :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án A**

**Lời giải :**

Ta có: 

,

,

,

.

**STUDY TIP**

Đối với hàm lượng giác, khi tính đạo hàm bậc cao thì ta biến đổi hạ bậc hoặc biến đổi từ tích thành tổng để đưa về bậc nhất, .

1. Đạo hàm cấp 4 của hàm số  là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Đáp án**. **A.**

**Lời giải :**

Ta có .

**STUDY TIP**





1. Cho hàm số . Tập hợp các giá trị x để đạo hàm cấp 2 của không âm là :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án**. **D.**

**Lời giải:**

 Do đó: .

1. Một chất điểm chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình : , trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án D**

**Lời giải:**

Gia tốc chuyển động tại  là 

Ta có: 

.

**STUDY TIP**

Bài toán vận dụng ý nghĩa cơ học của đạo hàm bậc 2. Gia tốc tức thời  tại thời điểm 

1. Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Đáp án** **A**

**Lời giải :**

Ta có: , 

Thay vào: 

1. Cho hàm số . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải :**

Ta có : 





**STUDY TIP**

Với các biểu thức lượng giác phức tạp ta cần biến đổi rút gọn rồi sau đó tính đạo hàm cấp cao

1. Phương trình chuyển động của một chất điểm  (s tính bằng mét, t tính bằng giây). Tìm gia tốc tức thời tại thời điểm vận tốc bằng 0.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án**. **B.**

**Lời giải:**



.

**Dạng 3 :Dùng đạo hàm để giải toán tổ hợp** 

Phương pháp:

Cách 1: Từ khai triển  =

Lấy đạo hàm cấp 1, cấp 2 ở hai vế khai triển của nhị thức

-Chọn  và chọn  thích hợp.

Cách 2: Sử dụng MTCT tính thay với một vài giá trị  và kiểm tra tính đúng sai ta đi đến việc lựa chọn đáp án

1. Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.** 

**B.** 

**C.** 

**D.** 

**Đáp án** **A**

**Lời giải:**

***Cách 1:*** Xét 



.

***Cách 2:*** Sử dụng MTCT

-Chọn với :  (đúng)

-Chọn với : (đúng)

….

Từ việc thử đáp án ta được kết quả

1. Tính tổng với 



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án B**

**Lời giải:**

***Cách 1:*** Xét hàm số

Suy ra:







.

***Cách 2:*** Sử dụng MTCT ta thử với một vài giá trị 

-Với    (đúng)

-Với    (đúng)

…

So sánh, đối chiếu các đáp án ta được kết quả.

**STUDY TIP**

Nếu trong biểu thức thiếu 2 số hạng đầu tiên hoặc 2 số hạng cuối cùng của khai triển nhị thức đồng thời các hệ số là tích của 2 số tự nhiên lien tiếp ta dung đạo hàm cấp 2.

1. Tính tổng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án** **C**

**Lời giải:**

***Cách 1:*** Ta có:  

Nhân 2 vế với  ta được: 

Lấy đạo hàm 2 vế ta được : 

Thay  ta được: 

***Cách 2:*** Sử dụng MTCT (bạn đọc tự thử lại)

**STUDY TIP**

Nếu trong khai triển nhị thức vẫn có số hạng đầu hoặc số hạng cuối và hệ số tăng thêm 1 đơn vị thì ta nhân 2 vế với x và sau đó dùng đạo hàm cấp 1.

1. Tìm số nguyên dương  sao cho:



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Đáp án** **D**

**Lời giải:**

Với  ta có: 

Lấy đạo hàm hai vế theo  ta được:

Thay  vào  ta được:



Từ yêu cầu bài toán ta có : .

**STUDY TIP :** *Nhận biết được cần sử dụng đạo hàm cấp  và chọn giá trị  dựa vào cơ số  với chỉ số  tăng dần.*

1. Tính tổng: 

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Đáp án** **B.**

***Lời giải:***

Xét 









Lấy  ta được:

.

**STUDY TYP :** *Xuất phát từ nhị thức , sau khi dùng đạo hàm cấp , chọn .*

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KĨ NĂNG**

***DẠNG 1: VI PHÂN CỦA HÀM SỐ***

1. Cho hàm số. Tính vi phân của hàm số tại  với số gia .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Cho hàm số .Vi phân của hàm số tại  là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Xét hàm số  cùng với ba đẳng thức:

 ; ; ;

Số đẳng thức đúng là:

**A.** Chỉ . **B.** Chỉ . **C.**Chỉ  và . **D.** Chỉ  và .

1. Vi phân của hàm số  là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Với hàm số  thì đạo hàm  tại điểm  bằng:

**A.** . **B.**. **C.**. **D.** .

1. Cho hàm số . Vi phân của hàm số là:

**A.** . **B.**.

**C.**. **D.**.

1. Vi phân của hàm số  bằng:

**A.** . **B.**  .

**C.** . **D.**  .

1. Xét hàm số . Nếu đặt  thì  nhận kết quả nào sau đây?

**A.**. **B.** . **C.**. **D.**.

1. Xét hàm số . Gọi  theo thứ tự là số gia và vi phân của hàm số  tại  và  . Hiệu của  bằng:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Xét . Đạo hàm của  tại  là:

**A.**. **B.**. **C.** . **D.** .

1. Vi phân của hàm số là:

**A.**. **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số:. Kết luận nào sau đây là đúng?

**A.**. **B.** .

**C.**. **D.**.

***DẠNG 2: TÍNH ĐẠO HÀM CẤP CAO VÀ Ý NGHĨA CƠ HỌC CỦA ĐẠO HÀM CẤP HAI:***

1. Hàm số nào dưới đây có đạo hàm câp hai là ?

**A.**. **B.** . **C.**. **D.**.

1. Cho hàm số . Khi đó  bằng:

**A.** . **B.**. **C.**. **D.**.

1. Cho hàm số  . Xét hai đẳng thức:

;  . Đẳng thức nào đúng?

**A.**Chỉ . **B.**Chỉ . **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

1. Đạo hàm cấp  của hàm số  bằng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Hàm số  có đạo hàm cấp  là:

**A.** . **B.** . **C.**. **D.**.

1. Cho hàm số . Khi đó  bằng:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Đạo hàm cấp  của hàm số  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Đạo hàm cấp  của hàm số :  là:

**A.**. **B.** .

**C.**. **D.**.

1. Cho hàm số . Đẳng thức nào sau đây là đúng với mọi ?

**A.** . **B.**. **C.** . **D.**.

1. Cho hàm số . Giá trị của biểu thức  là kết quả nảo?

**A.**. **B.** . **C.**. **D.**.

1. Cho hàm số . Phương trình  có số nghiệm thuộc đoạn là:

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

1. Cho hàm số .Tập nghiệm của phương trình là:

**A.** . **B.**. **C.**. **D.** .

1. Cho hàm số . Đạo hàm cấp  của hàm số này là:

**A.**. **B.**. **C.** . **D.**.

1. Cho hàm số. Tìm hệ thức đúng:

**A.**. **B.**.

**C.**. **D.**.

1. Phương trình chuyển động của một chất điểm  ( tính bằng mét,  tính bằng giây). Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm gia tốc bằng là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  trong đó  tính bằng giây,  tính bằng mét. Thời gian vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  trong đó  là giây, là mét. Gia tốc của chuyển động khi  là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình ( tính bằng giây, tính bằng mét). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** Gia tốc của chuyển động khi  là .

**B.** Gia tốc của chuyển động khi  là .

**C.** Gia tốc của chuyển động khi  là .

**D.** Gia tốc của chuyển động khi  là .

***DẠNG 3: DÙNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI TOÁN TỔ HỢP***

1. Tính tổng .

**A.**. **B.** . **C.**. **D.**.

1. Tính tổng: .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Tìm số nguyên dương  thỏa mãn: .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1.  .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Tính tổng:  .

**A.** . **B.**. **C.**. **D.**.

1. Tìm số tự nhiên  thỏamãn: .

**A.**. **B.**.

**C.**. **D.**.

1. Tính tổng: .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

1. Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**.

**B.**.

**C.**.

**D.**.

**D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

***DẠNG 1: VI PHÂN CỦA HÀM SỐ***

1. **Đáp án** **D.**



1. **Đáp án** **A.**

Ta có:  .

1. **Đáp án** **C.**

Ta có:  và đúng.

1. **Đáp án** **C.**

 .

1. **Đáp án** **C.**

 tại điểm  ta có:

.

1. **Đáp án** **C.**

 .

1. **Đáp án** **B.**

Ta có : .

1. **Đáp án** **A.**

Đặt 

Từ 

.

1. **Đáp án** **C.**

Chọn 

 .

1. **Đáp án** **C.**

.

(vì  )  .

1. **Đáp án** **A.**

  .

***Lưu ý:*** *có thể sử dụng MTCT tính đạo hàm tại một điểm  và thử lại  vào các Đáp án ta được kết quả là* ***A.***

1. **Đáp án** **A.**

Ta có:.

***DẠNG 2: TÍNH ĐẠO HÀM CẤP CAO VÀ Ý NGHĨA CƠ HỌC CỦA ĐẠO HÀM CẤP HAI.***

1. **Đáp án** **C.**



1. **Đáp án** **B.**

 .

1. **Đáp án** **C.**

Ta có: 

 và  nên  và  sai.

1. **Đáp án** **B.**

Ta có .

***Kết luận:*** *Ta có thể sử dụng MTCT tính đạo hàm tại 1 điểm  của  và thử với  vào các Đáp án ta được kết quả*.

1. **Đáp án** **D.**

Ta có:.

1. **Đáp án** **D.**

Áp dụng .

1. **Đáp án** **C.**

Áp dụngta được:  .

1. **Đáp án** **D.**

 .

1. **Đáp án** **B.**



1. **Đáp án** **A.**

.

1. **Đáp án** **B.**

Áp dụng 



 .

Với .

1. **Đáp án** **D.**

.

1. **Đáp án** **C.**

 .

1. **Đáp án** **D.**

Ta có: .

1. **Đáp án** **A.**

Ta có : 

Gia tốc: .

****

1. Đáp án **D.**



Vậy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi .

1. Đáp án **B.**



Vậy gia tốc 

1. Đáp án **A.**



***DẠNG 3: DÙNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI TOÁN TỔ HỢP ***

1. Đáp án **A.**

Từ nhị thức  lấy đạo hàm hai vế:

.

Thay  ta được .

1. Đáp án **C.**

Xét khai triển nhị thức . Lấy đạo hàm bậc nhất hai vế ta được 

Cho  ta được .

Với  ta được 

1. Đáp án **C.**

Xét khai triển nhị thức . Lấy đạo hàm bậc nhất hai vế ta được 

Cho  ta được 

1. Đáp án **A.**

Xét 



Từ câu 3 thì 

Xét khai triển 

Lấy đạo hàm hai vế: 

Tiếp tục lấy đạo hàm ta có:



Cho 

Với .

1. **Đáp án** **C.**

Từ khai triển  lấy đạo hàm đến cấp 2 hai vế, sau đó thay  ta được .

1. Đáp án A.

Từ ví dụ 3 - Dạng 3. Phần lý thuyết ta có: .

Theo yêu cầu của bài toán . Vậy chọn **A.**

1. Đáp án A.

Khai triển  và lấy đạo hàm cấp 1.

Khai triển  và lấy đạo hàm cấp 1.

Cộng vế với vế và thay  ta được 

1. **Đáp án C.**

***Cách 1:*** Khai triển  và lấy đạo hàm cấp 1.

Khai triển  và lấy đạo hàm cấp 1.

Cộng vế với vế và thay  ta được kết quả đáp án **C**.

***Cách 2:*** Thử với và các đáp án thì ta được kết quả đáp án C đúng

**TIẾP TUYẾN VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

T

y

x

M

(C)

f(x0)+

f(x0)

M0



x0+

x0

**A. LÝ THUYẾT**

**1. Tiếp tuyến của đường cong phẳng.**

**Định nghĩa:**

Nếu cát tuyến  có vị trí giới hạn . Khi điểm

 di chuyển trên  và dần đến  thì đường thẳng

 gọi là tiếp tuyến của đường cong  tại điểm .

Điểm được gọi là tiếp điểm.

**Định lý:**

Cho hàm số  xác định và có đạo hàm trên  và 

là đồ thị hàm số. Đạo hàm của hàm số  tại điểm  là hệ số góc

của tiếp tuyến của  tại .

**2. Phương trình tiếp tuyến**

**a. Tiếp tuyến tại một điểm**

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm :



STUDY TIP

*- Hệ số góc .*

*- Nếu cho  thì thế vào  tìm .*

*- Nếu cho  thì thế vào giải phương trình tìm .*

**b. Tiếp tuyến biết hệ số góc**

- Hệ số góc  của tiếp tuyến: 

Giải phương trình  ta tìm được hoành độ của tiếp điểm  thế và phương trình ** tìm tung độ *.*

- Khi đó phương trình tiếp tuyến: 

STUDY TIP

**\*** *Tiếp tuyến .*

*\* Tiếp tuyến *

*\* , với là góc giữa  và tia .*

**c. Tiếp tuyến đi qua một điểm**

Lập phương trình tiếp tuyến  với  biết  đi qua điểm 

**Phương pháp:**

- Gọi  là tiếp điểm.

- Phương trình tiếp tuyến tại .

- Vì đường thẳng  đi qua  nên . Giải phương trình ta tìm được  rồi suy ra .

STUDY TIP

*Điểm  có thể thuộc hoặc không thuộc đường cong *

**B. CÁC DẠNG TOÁN VỀ TIẾP TUYẾN VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ.**

1. Cho hàm số  có đồ thị . Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm  là:

**A.  B.  C.  D. **

**Đáp án A.**

***Lời giải:***

Tập xác định: 



Phương trình tiếp tuyến tại  là: 

1. Cho hàm số  có đồ thị . Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ  là:

**A.  B.  C.  D. **

**Đáp án D.**

***Lời giải:***

Tập xác định: 



Phương trình tiếp tuyến tại  là: 

STUDY TIP

*Học sinh nhận biết các bài toán về viết phương trình tiếp tuyến tại 1 điểm*

* *Cho* *.*
* *Cho  tìm .*
* *Cho  tìm .*

1. Cho hàm số . Phương trình tiếp tuyến tại điểm có tung độ  là:

**A.  B. **

**C.  D. **

**Đáp án A.**

***Lời giải:***

Tập xác định: 



Phương trình tiếp tuyến tại .

Phương trình tiếp tuyến tại .

STUDY TIP

*Giải phương trình . Đặt  suy ra giải phương trình bậc hai *

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hệ số góc bằng:

**A.  B.  C.  D. **

**Đáp án C.**

***Lời giải:***

Tập xác định: 



1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  có hệ số góc  có phương trình là:

**A.  B.  C.  D. **

**Đáp án A.**

***Lời giải:***

Tập xác định: 



Phương trình tiếp tuyến tại 

STUDY TIP

*Học sinh nhận biết được loại bài toán viết phương trình tiếp tuyến khi biết hệ số góc*

1. Cho hàm số . Phương trình tiếp tuyến biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  là:

**A.  B. **

**C.  D. **

**Đáp án A.**

***Lời giải:***

Tập xác định: 

Gọi  là tiếp điểm 

Phương trình tiếp tuyến tại .

Phương trình tiếp tuyến tại 

STUDY TIP

*Hai đường thẳng song song thì cùng hệ số góc.*

*Hai đường thẳng vuông góc thì tích hai hệ số góc của hai đường thẳng bằng *

1. Cho hàm số . Gọi là hoành độ các điểm  trên  mà tiếptuyến tại đó vuông góc với đường thẳng  Khi đó  bằng:

**A.  B.  C.  D. **

**Đáp án C.**

***Lời giải:***

Tập xác định: 

Từ giả thiết suy ra  là nghiệm của phương trình 

1. Cho hàm số . Viết phương trình tiếp tuyến của  biết tiếp tuyến đi quađiểm .

**A.  B. **

**C.  D. **

**Đáp án D.**

***Lời giải:***

Tập xác định: 

Gọi  là tiếp điểm. Do tiếp tuyến qua  nên:



Ta tìm được hai phương trình tiếp tuyến là: ****và 

STUDY TIP

*Học sinh cần phân biệt loại bài toán viết phương trình tiếp tuyến tại một điểm  và viết phương trình tiếp tuyến đi qua điểm . Dấu hiệu ban đầu là điểm  có thể thuộc đường cong  hay có thể không thuộc đường cong *

1. Cho hàm số . Có bao nhiêu giá trị của  để tiếp tuyến tại  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 

**A.  B.  C.  D. **

**Đáp án D.**

***Lời giải:***

giao với 



Phương trình tiếp tuyến của  tại 

Nếu  tiếp tuyến song song với  (loại)

Xét Gọi , lần lượt là giao điểm tiếp tuyến và hai trục tọa độ



Ta có 

Vậy có bốn giá trị của  thỏa mãn.

1. Cho hàm số . Tìm  để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị  vuông góc với đường thẳng 

**A.  B.  C.  D. **

**Đáp án C.**

***Lời giải:***



Ta có 

Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  có hệ số góc nhỏ nhất và hệ số góc đó có giá trị .

Theo bài ra: 

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG**

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có hoành độ 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm có tung độ 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số ,  song song với đường thẳng  là :

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm  có hệ số góc bằng :

**A.** 7. **B.** 5. **C.** 1. **D.** −1.

1. Cho hàm số  có đồ thị là . Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của  với trục hoành là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất trên hệ trục  là:

**A.**  và .

**B.**  và .

**C.**  và .

**D.** . và 

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại các giao điểm của  với các trục tọa độ là :

**A.** . **B.**  và .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có tiếp tuyến song song trục hoành. Phương trình tiếp tuyến đó là :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng  là:

**A.** . **B.**  và .

**C.**  và . **D.**  và .

1. Cho hàm số  có đồ thị là . Có bao nhiêu nhiêu cặp điểm thuộc  mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

1. Trên đồ thị hàm số  có điểm  sao cho tiếp tuyến tại đó cùng vói các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó  bằng :

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  . Phương trình tiếp tuyến của  tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Số cặp điểm A, B trên đồ thị hàm số  mà tiếp tuyến tại  vuông góc với nhau là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Vô số.

1. Qua điểm  có thể ké được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số ?

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

1. Cho hàm số  có đồ thị . Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến với  và có hệ số góc nhỏ nhất?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hai hàm số  và . Góc giữa hai tiếp tuyến của mỗi đồ thị hàm số đă cho tại giao điểm của chúng là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tìm m để đồ thị:  tồn tại đúng 2 điểm có hoành độ dương mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

1. Cho hàm số  có đồ thị . Viết phương trình tiếp tuyến với  biết tiếp tuyến này cắt lần lượt tại A, B sao cho .

**A.**  và . **B.**  và .

**C.**  và . **D.**  và .

1. Cho hàm số . Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  cắt các trục  lần luợt tại  sao cho diện tích  bằng . Hỏi  là giá trị nguyên nằm trong khoảng nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Tìm  để tiếp tuyến của đồ thị hàm số  tại điểm  cắt đường tròn  theo cung có độ dài nhỏ nhất.

**A.**  hoặc . **B.**  hoặc .

**C.**  hoặc  **D.**  hoặc .

1. Cho hàm số  có đồ thị (C) cắt  tại  và có hai điểm chung với  là . Tiếp tuyến với đồ thị tại  đi qua  . Tìm  biết .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

1. **Đáp án B.**



Phương trình tiếp tuyến tại  là:  ⇔ .

1. **Đáp án A.**



Phương trình tiếp tuyến tại  là  ⇔ .

1. **Đáp án C.**

. Theo giả thiết  ⇔ 

Do .

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn.

1. **Đáp án B.**



1. **Đáp án C.**

Giao điểm của  với O*x* là .



Phương trình tiếp tuyến tại  là :



1. **Đáp án C.**



Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất 



Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là :  và 

1. **Đáp án A.**

TXĐ:  nên  không giao với .

 giao với  tại  nên phương trình tiếp tuyến là: .

1. **Đáp án B.**

Ta có:  .

Phương trình tiếp tuyến song song với trục hoành

⇒  ⇔  ⇒ 

Phương trình tiếp tuyến là: .

1. **Đáp án C.**

TXĐ: .

Theo giả thiết 

Vậy phương trình tiếp tuyến là  và 

1. **Đáp án D.**

.Đồ thị hàm số có tâm đối xứng .

Lấy điểm , gọi *B* là điểm đối xứng với *A* qua *I* ⇒ . Ta có:

+ Hệ số góc của phưong trình tại A là: 

+ Hệ số góc của phương trình tại B là: 

Ta thấy  nên có vô số cặp điểm  mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau.

1. **Đáp án D.**

Ta có .

Phương trình tiếp tuyến tại  là :  

 giao với .

 giao với .



Vậy .

1. **Đáp án A.**





Phương trình tiếp tuyến tại  là : .

1. **Đáp án C.**

 Gọi  .

Tiếp tuyến tại  lần lượt có hệ số góc là:



Theo giả thiết: 





 (Vô lý).

Vậy không tồn tại cặp điểm  thỏa mãn.

1. **Đáp án D.**

 . Gọi  .

Phương trình tiếp tuyến tại  là:



Vì  đi qua  nên: 



Ứng với 3 hoành độ  ta viết được 3 phương trình tiếp tuyến với  .

1. **Đáp án A.**

 . Gọi  .

Phương trình tiếp tuyến tại  là: 

Hệ số góc của tiếp tuyến tại  :



Do đó, hệ số góc nhỏ nhất là  khi 

 .

Phương trình tiếp tuyến tại  là: 

1. **Đáp án B.**

Phương trình hoành độ giao điểm:



 giao điểm  .

Ta có  

Vậy góc giữa 2 tiếp tuyến đó là  .

1. **Đáp án D.**



Theo bài ra 

 có 2 nghiệm dương phân biệt



1. **Đáp án A.**

Phương trình tiếp tuyến tại  là:



 giao với *Ox* tại 

 giao với *Oy* tại 



Từ đó ta được 2 phương trình tiếp tuyến là:

 và 

1. **Đáp án A.**

Với 

Phương trình tiếp tuyến tại *M* là 

 giao với *Ox* tại 

 giao với *Oy* tại 





1. **Đáp án B.**

Với 

Phương trình tiếp tuyến tại  là:



Đường tròn tâm  và bán kính 

Vì  nên độ dài cung nhỏ nhất khi  tiếp xúc với đường tròn tức là:





1. **Đáp án A.**

Giả sử *(C)* cắt *Ox* tại , , cắt *Oy* tại .

Tiếp tuyến tại *M* có phương trình:



Tiếp tuyến  đi qua *A* nên







Vì *(C)* cắt *Ox* tại 2 điểm nên *(C)* tiếp xúc với *Ox* (do tính chất đồ thị hàm bậc 3 học sinh sẽ được học rõ hơn lớp 12).

Nếu *M* là tiếp điểm  đi qua *A* (vô lý)

 tiếp xúc với  tại *N*.

Do đó 



Mặt khác 

- Với  (vô nghiệm)

- Với 

